

ÁP DỤNG QUY HOẠCH TUYẾN TÍNH VÀO LẬP TIẾN TRÌNH VÀ ĐIỀU CHỈNH DỰ ÁN

Nguyễn Hải Thanh

Khoa Quốc tế, Đại học Quốc gia Hà Nội

Tác giả liên hệ: nhthanh@vnu.edu.vn

Ngày nhận bài: 07.07.2021

Ngày chấp nhận đăng: 16.09.2021

TÓM TẮT

Kỹ thuật đánh giá và xem xét dự án và Phương pháp đường găng là các công cụ tính toán nền tảng trong lập tiến trình và điều chỉnh các hoạt động của dự án. Tuy nhiên, ở Việt Nam, về phương diện mô hình hóa và tính toán, các công cụ trên đây còn ít được tìm hiểu, trình bày một cách hệ thống, kể cả trong đào tạo, nghiên cứu và thực tế quản lý các dự án trong lĩnh vực sản xuất - kinh doanh nông nghiệp cũng như nhiều lĩnh vực khác. Cùng với việc trình bày một số kiến thức nền tảng về Kỹ thuật đánh giá và xem xét dự án và Phương pháp đường găng, bài báo này đề xuất một cách thức áp dụng quy hoạch tuyến tính vào việc lập tiến trình dự án, xác định các hoạt động găng và đường găng của dự án, cũng như vào việc điều chỉnh rút ngắn thời lượng thực hiện các hoạt động của dự án để đẩy nhanh tiến độ dự án với tổng chi phí điều chỉnh thấp nhất. Dựa trên phương pháp mô hình hóa và tính toán khoa học, các khung thuật toán mới có áp dụng quy hoạch tuyến tính được thiết lập nhằm tới mục tiêu là hỗ trợ một cách hiệu quả cho việc phân tích và quản lý dự án với Kỹ thuật đánh giá và xem xét dự án và Phương pháp đường găng.

Từ khóa: Kỹ thuật đánh giá và xem xét dự án, phương pháp đường găng, quy hoạch tuyến tính, lập tiến trình dự án, điều chỉnh dự án.

Application of Linear Programming to Project Scheduling and Project Crashing

ABSTRACT

Program evaluation and review technique and critical path method are powerful computing tools in project scheduling and project crashing. However, in Vietnam, modeling and computing aspects of program evaluation and review technique and critical path method have not yet been considered sufficiently and systematically in university education and applied research as well as in project management of agricultural production and business and many other fields. Besides reviewing fundamental knowledge of program evaluation and review technique and critical path method, this paper proposed the application of linear programming in project scheduling for determining project's critical activities and critical path as well as for crashing project's activities in order to shorten project completion time with a minimum total crashing cost. As a result, utilizing the modeling method and the scientific computing method, new linear-programming-based algorithm frames were constructed for efficiently supporting project analysis and management with program evaluation and review technique and critical path method.

Keywords: Program evaluation and review technique, critical path method, linear programming, project scheduling, project crashing.

1. ĐẶT VẤN ĐỀ

Kỹ thuật đánh giá và xem xét dự án (PERT) lần đầu tiên được phát triển bởi Hải quân Hoa Kỳ trong những năm 1950. Cụ thể hơn, vào năm 1957, Phòng các dự án đặc biệt của Hải quân Hoa Kỳ đã phát triển PERT để quản lý một dự án phát triển tàu ngầm hạt nhân. Phương pháp

đường găng (CPM) được phát triển lần đầu cũng vào những năm 50 của thế kỷ trước bởi tập đoàn Dupont của Hoa Kỳ, sau này được tích hợp với PERT và được coi là một thành phần không tách rời của PERT (Anderson & cs., 2010; Nguyễn Hải Thanh, 2019). Trên thế giới, cùng với việc phát triển các công cụ quản trị dữ liệu lớn và các công cụ tính toán hiện đại, đáp ứng

những yêu cầu của Cuộc cách mạng 4.0, PERT và CPM ngày càng được hoàn thiện trên phương diện mô hình hóa và tính toán khoa học để tạo ra công cụ mạnh cho việc phân tích và quản trị một cách hiệu quả các dự án phức tạp với các dữ liệu đầu vào bao gồm các dữ liệu số thông thường và cả các dữ liệu có tính mờ và tính ngẫu nhiên (Gouda & cs., 2006; Hsiau & Lin, 2009; Ramadan, 2014; Wallace, 2015; Yerkezhan, 2016). Trong những năm gần đây, một số bài báo trên các tạp chí chuyên ngành đã đề cập bước đầu tới việc áp dụng quy hoạch tuyến tính thay vì kĩ thuật tính toán mạng (network computing) cổ điển để giải quyết các bài toán PERT hay CPM (Wallace, 2015; Elmarbrouk, 2011; Karmaker & Halder, 2017). Trong lĩnh vực sản xuất - kinh doanh nông nghiệp, PERT và CPM cũng được nghiên cứu và áp dụng để quản lí các dự án (Duft, 1970, 1979; Fahimifard & Kehkha, 2009).

Ở Việt Nam, các phương pháp PERT và CPM được đưa vào các chương trình, giáo trình đào tạo bậc đại học và sau đại học cho các ngành kinh doanh, quản lí, tài chính, công nghệ... (Nguyễn Hải Thanh, 2005; 2019; Taha, 2007; Anderson & cs., 2010) đồng thời được ứng dụng khá rộng rãi trong thực tế triển khai các dự án ở Việt Nam (Nguyễn Thanh Phong & Lê Thanh Vân, 2015; Tổng Công ty Điện lực Miền Trung, 2015). Tuy nhiên, hầu như chưa có các nghiên cứu, tổng kết, tài liệu chuyên ngành về việc áp dụng PERT và CPM trong quản trị dự án trong lĩnh vực sản xuất - kinh doanh nông nghiệp. Các kiến thức nền tảng về PERT và CPM chưa được đề cập tới một cách hệ thống và rõ ràng, đặc biệt về khía cạnh mô hình hóa và tính toán khoa học.

Vì vậy, việc dạy và học quản trị dự án còn chưa chú trọng tới thực hành tính toán, việc giải quyết các trường hợp nghiên cứu hay quản trị dự án trong thực tế sản xuất - kinh doanh không sử dụng PERT hay CPM, hoặc có sử dụng với các hiểu biết không thấu đáo dẫn tới nhiều hạn chế trong việc ứng dụng và nghiên cứu các phương pháp quản trị dự án tiên tiến ở Việt Nam.

Bài báo này có mục tiêu là trình bày một cách tiếp cận mới, áp dụng mô hình quy hoạch

tuyến tính để giải quyết một cách đồng bộ cả hai bài toán kinh điển trong quản lí dự án dựa trên PERT và CPM: bài toán lập tiến trình dự án và bài toán điều chỉnh dự án, nhằm tạo ra một khung thuật toán cho phép giải quyết cả hai bài toán một cách đồng bộ, gắn kết với nhau. Cách tiếp cận mới này cũng giúp cho việc giải quyết các bài toán trên đây được hoàn thiện về khía cạnh mô hình hóa cũng như về khía cạnh tính toán, thông qua việc áp dụng thuật toán đơn hình để giải quyết các bài toán quy hoạch tuyến tính, là các thuật toán đã được đóng gói trong Microsoft Excel Solver hay trong các phần mềm thương phẩm thông dụng khác.

Các mục tiếp theo của bài báo có nội dung như sau: Mục 2 tổng hợp một cách hệ thống và ngắn gọn một số kiến thức nền tảng về PERT và CPM, cũng như nêu ra khung thuật toán giải quyết bài toán tìm thời gian hoàn thành dự án sớm nhất, xác định các hoạt động gắng và đường gắng của dự án cũng như phát biểu bài toán điều chỉnh rút ngắn thời lượng thực hiện các hoạt động của dự án để đẩy nhanh tiến độ dự án với tổng chi phí điều chỉnh thấp nhất. Tiếp theo, dựa trên phương pháp mô hình hóa và tính toán khoa học, Mục 3 trình bày cách xây dựng các khung thuật toán mới nhằm tới mục tiêu là giải quyết cả hai bài toán trên thông qua việc áp dụng quy hoạch tuyến tính để hỗ trợ một cách hiệu quả cho việc phân tích và quản lí dự án với PERT và CPM. Cuối cùng, Mục 4 đưa ra các kết luận và một số phương hướng cho các nghiên cứu tiếp theo.

2. KIẾN THỨC NỀN TẢNG VỀ KỸ THUẬT ĐÁNH GIÁ VÀ XEM XÉT DỰ ÁN VÀ PHƯƠNG PHÁP ĐƯỜNG GẮNG

2.1. Một số thuật ngữ thông dụng và khái niệm cơ bản

Kĩ thuật đánh giá và xem xét dự án là tên gọi được dịch từ cụm từ tiếng Anh *Program Evaluation and Review Technique*, thường được viết tắt là PERT. PERT chú trọng nhiều nhất tới yếu tố thời gian của dự án, cụ thể là chú trọng tới thời lượng thực hiện các hoạt động của dự án và thời gian hoàn thành dự án

sớm nhất, mà không chú trọng nhiều tới yếu tố chi phí. PERT thường được áp dụng trong các dự án phức tạp, có nhiều hoạt động thành phần với thời lượng thực hiện cần được kiểm soát một cách chặt chẽ. Các dự án như vậy phát sinh trong nhiều lĩnh vực, trong đó có lĩnh vực nông nghiệp, đặc biệt là các dự án nghiên cứu và phát triển. *Phương pháp đường găng* là tên gọi được dịch từ cụm từ tiếng Anh *Critical Path Method*, thường được viết tắt là CPM. CPM là sự bổ sung cần thiết cho PERT, hiện nay được coi là một thành phần không tách rời của PERT. Đó là do CPM chú trọng đồng thời cả yếu tố thời gian và yếu tố chi phí của các hoạt động của dự án. PERT và CPM được sử dụng kết hợp song hành với sơ đồ mạng trong quản lý thời gian dự án, từ đó có tên gọi *sơ đồ mạng PERT* (*PERT network*).

PERT và CPM là các công cụ để lập tiến trình dự án một cách hiệu quả nhất nhằm xác định thời gian sớm nhất và muộn nhất để bắt đầu, thời gian sớm nhất và muộn nhất để kết thúc mỗi một hoạt động của dự án. Xét một dự án có n hoạt động, thì đối với hoạt động j của dự án, các thời gian trên được kí hiệu một cách tương ứng là ES_j , LS_j , EF_j , LF_j . Lúc đó, $EF_j - ES_j = LF_j - LS_j = t_j$ chính là thời lượng thực hiện hoạt động j , với $j = 1, 2, \dots, n$. Gọi $s_j = LF_j - EF_j = LS_j - ES_j$ là độ trễ thời gian cho phép đối với hoạt động j . Lúc đó các hoạt động có độ trễ thời gian bằng 0 là được gọi là *hoạt động găng* (*critical activity*) không cho phép một sự chậm trễ nào về mặt thời gian thực hiện. Nói cách khác, nếu một trong các hoạt động găng bị thực hiện chậm trễ thì thời gian hoàn thành dự án sẽ bị chậm lại. *Đường găng* (*critical path*) là tập hợp các hoạt động găng của dự án, được sắp xếp theo thứ tự thời gian thực hiện.

Như vậy áp dụng PERT và CPM trong quản lý dự án có nghĩa là phải lập được tiến trình thực hiện các hoạt động dự án, hay nói ngắn gọn, là *lập tiến trình dự án* (*project scheduling*), nhằm xác định khi nào thì một hoạt động của dự án cần được bắt đầu và khi nào cần được kết thúc, các hoạt động nào là các hoạt động găng cần được chú trọng thực hiện để thời gian hoàn thành dự án là sớm nhất có thể. Khi cần đẩy

nhANH tiến độ dự án, PERT và CPM cũng được áp dụng để tìm ra phương án điều chỉnh dự án (*project crashing*) nhằm xác định những hoạt động nào trong dự án cần được điều chỉnh rút ngắn về mặt thời lượng thực hiện sao cho tổng chi phí điều chỉnh dự án là thấp nhất.

Có thể tìm hiểu thêm các thuật ngữ thông dụng và các kiến thức nền tảng trên trong các sách giáo trình, tham khảo và tài liệu chuyên ngành (Nguyễn Hải Thanh, 2005; 2019; Taha, 2007; Anderson & cs., 2010). Đây cũng là các tài liệu tham khảo cho các tiểu mục 2.2 và 2.3.

2.2. Bài toán lập tiến trình dự án

Để đơn giản hóa vấn đề, xét một ví dụ cụ thể có tính chất minh họa.

Bài toán 1: Một doanh nghiệp sản xuất - kinh doanh trong lĩnh vực nông nghiệp cần thực hiện một dự án bao gồm 8 hoạt động. Doanh nghiệp muốn áp dụng PERT và CPM để quản lý dự án nhằm xác định: thời gian hoàn thành dự án sớm nhất, những hoạt động nào của dự án là hoạt động găng, thời gian sớm nhất và muộn nhất để kết thúc mỗi một hoạt động của dự án. Nói cách khác, doanh nghiệp muốn sử dụng PERT và CPM để lập tiến trình dự án một cách tối ưu.

Sau đây là khung thuật toán xác định đường găng trong lập tiến trình dự án (Nguyễn Hải Thanh, 2019) dựa trên phương pháp *tính toán mạng* (*network computing*) đang được sử dụng:

Bước 1: Lập danh mục các hoạt động của dự án, trong đó đối với mỗi hoạt động j của dự án cần chỉ rõ thời lượng thực hiện và các hoạt động kế trước của nó (là những hoạt động phải được hoàn thành trước khi hoạt động j được bắt đầu thực hiện), với $j = 1, 2, \dots, 8$ (Bảng 1).

Bước 2: Phát triển *quan hệ liên kế* cho các hoạt động của dự án và vẽ sơ đồ mạng PERT (Bảng 2 và Hình 1).

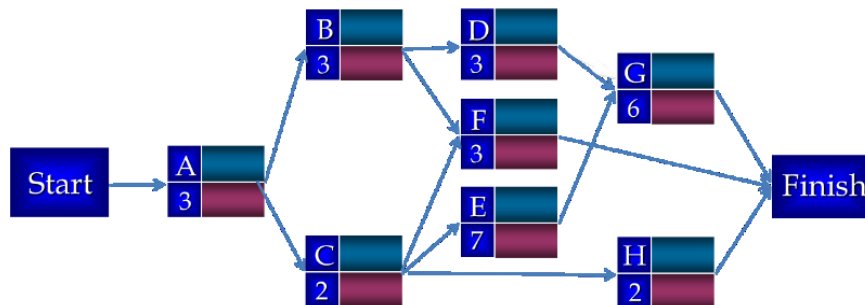
Để hiểu mối quan hệ liên kế là gì, có thể lấy ví dụ: A và B được nói là có mối quan hệ liên kế và kí hiệu $A > B$ vì A là hoạt động kế trước hoạt động B (Bảng 2), lúc này B được gọi là hoạt động kế sau của A.

Bảng 1. Các hoạt động của dự án, hoạt động kế trước và thời lượng thực hiện

Tên hoạt động	Đánh số hoạt động	Hoạt động kế trước	Thời lượng thực hiện (tuần)
A	1		3
B	2	A	3
C	3	A	2
D	4	B	3
E	5	C	7
F	6	B, C	3
G	7	D, E	6
H	8	C	2

Bảng 2. Quan hệ liên kế

	Bắt đầu	A	B	C	D	E	F	G	H	Kết thúc
Bắt đầu	>									
A		>	>							
B			>		>		>			
C				>		>	>		>	
D					>			>		
E						>		>		
F							>			>
G								>		>
H									>	>
Kết thúc										>



Hình 1. Sơ đồ mạng PERT

Bước 3: Sử dụng quan hệ liên kế/sơ đồ mạng PERT và thời lượng thực hiện các hoạt động của dự án để tìm thời gian bắt đầu sớm nhất ES_j và thời gian kết thúc sớm nhất EF_j cho mỗi một hoạt động j của dự án, với $j = 1, 2, \dots, 8$, bằng cách thực hiện *tính toán tiến* (*forward computing*). Giá trị lớn nhất trong số các giá trị của thời gian kết thúc sớm nhất của các hoạt động không có hoạt động kế sau được coi là thời

gian hoàn thành dự án sớm nhất. Để thực hiện tính toán tiến, đối với $j = 1, 2, \dots, 8$, cần thực hiện các tính toán theo công thức:

$$ES_j = \max_{i \in \text{pred}(j)} \{EF_i\}; EF_j = ES_j + t_j$$

Trong đó $\text{pred}(j)$ là tập hợp các hoạt động kế trước của hoạt động j . Nếu hoạt động j không có hoạt động kế trước thì đặt $\text{pred}(j) = \emptyset$, và quy ước $ES_j = 0$.

Kết quả thực hiện tính toán tiến để tìm ES_j và EF_j , với $j = 1, 2, \dots, 8$, được tổng hợp tại cột 2 và cột 3 của Bảng 3. Bảng 3 cũng cho biết, thời gian hoàn thành dự án sớm nhất là $T = \max\{EF_6, EF_7, EF_8\} = \max\{9, 18, 7\} = 18$ (tuần).

Bước 4: Sử dụng quan hệ liên kế/sơ đồ mạng PERT và thời lượng thực hiện các hoạt động của dự án để tìm thời gian bắt đầu muộn nhất LS_j và thời gian kết thúc muộn nhất LF_j cho mỗi một hoạt động j của dự án, với $j = 1, 2, \dots, 8$, bằng cách thực hiện *tính toán lùi (backward computing)* theo công thức sau:

$$LF_j = \min_{i \in \text{succ}(j)} \{LS_i\}; LS_j = LF_j - t_j$$

Trong đó $\text{succ}(j)$ là tập hợp các hoạt động kế sau của hoạt động j . Nếu hoạt động j không có hoạt động kế sau thì đặt $\text{succ}(j) = \emptyset$, và quy ước $LF_j = T$.

Kết quả thực hiện tính toán lùi để tìm LS_j và LF_j , với $j = 1, 2, \dots, 8$, được tổng hợp tại cột 4 và cột 5 của bảng 3. Bảng 3 cũng cho biết, $LF_6 = LF_7 = LF_8 = T = 18$.

Bước 5: Tìm độ trễ $s_j = LS_j - ES_j = LF_j - EF_j$, với $j = 1, 2, \dots, 8$. Hoạt động có độ trễ bằng 0 là hoạt động găng. Đường găng gồm các hoạt động

găng được sắp xếp theo thứ tự thời gian thực hiện (được phản ánh qua quan hệ liên kế).

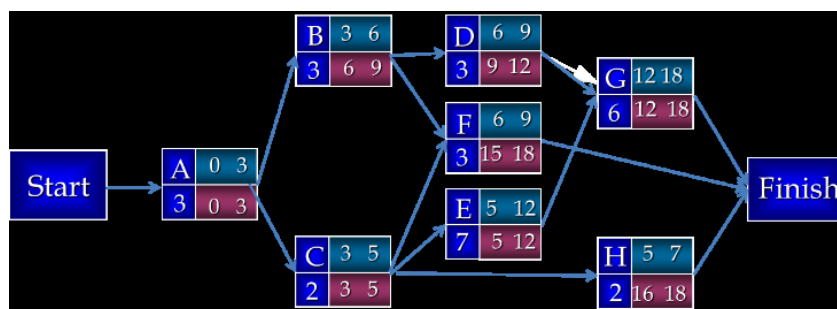
Bảng 3 cho biết các hoạt động găng của dự án là các hoạt động A, C, E, G. Bảng 2 cho biết quan hệ liên kế của các hoạt động này, từ đó đường găng của dự án được xác định là: $A \rightarrow C \rightarrow E \rightarrow G$. Kết quả tính toán Bước 3, Bước 4 và Bước 5, như được tổng hợp trong bảng 3, cũng được thể hiện trên hình 2. Trên hình 2, với mỗi hoạt động của dự án có ghi rõ thời lượng thực hiện, các thời gian bắt đầu sớm nhất và kết thúc sớm nhất ghi ở ô phía trên, bên phải, còn thời gian bắt đầu muộn nhất và kết thúc muộn nhất được ghi ở ô phía dưới bên phải.

2.3. Bài toán điều chỉnh dự án

Bài toán 2: Xét Bài toán 1 ở tiểu mục 2.2 với thời gian hoàn thành dự án sớm nhất là 18 tuần đã biết. Do một số điều kiện phát sinh, doanh nghiệp muốn đẩy nhanh tiến độ dự án bằng cách điều chỉnh rút ngắn thời gian hoàn thành dự án xuống 16 tuần. Vậy doanh nghiệp cần điều chỉnh rút ngắn thời lượng thực hiện của các hoạt động nào để tổng chi phí điều chỉnh là thấp nhất?

Bảng 3. Thời gian bắt đầu và kết thúc sớm nhất và muộn nhất của dự án

Các hoạt động	ES	EF	LS	LF	Độ trễ	Hoạt động găng
A	0	3	0	3	0	x
B	3	6	6	9	3	
C	3	5	3	5	0	x
D	6	9	9	12	3	
E	5	12	5	12	0	x
F	6	9	15	18	9	
G	12	18	12	18	0	x
H	5	7	16	18	11	



Hình 2. Kết quả tính toán tiến và tính toán lùi trên sơ đồ mạng PERT

Bảng 4. Thời lượng thực hiện và chi phí bình thường và điều chỉnh tối đa

Hoạt động	TLBT	CPBT	TLĐCĐTĐ	CPĐCĐTĐ	TLRNTĐ	CPRN
A	3	20	2	30	1	10
B	3	100	2	150	1	50
C	2	50	2	50	0	N/A
D	3	250	3	250	0	N/A
E	7	180	5	300	2	60
F	3	30	2	40	1	10
G	6	100	4	140	2	20
H	2	150	2	150	0	N/A

Để thực hiện điều chỉnh dự án với tổng chi phí điều chỉnh thấp nhất cần thu thập các thông tin sau: i) Chi phí thực hiện hoạt động (CPBT) khi thời lượng thực hiện hoạt động là bình thường (TLBT); ii) Thời lượng thực hiện hoạt động điều chỉnh tối đa (TLĐCĐTĐ) iii) Chi phí điều chỉnh hoạt động ở mức tối đa (CPĐCĐTĐ). Các kí hiệu sau được sử dụng cho hoạt động j của dự án, $j = 1, 2, \dots, 8$: $t_j = \text{TLBT}$ được bảo đảm với chi phí dự kiến ban đầu $c_j = \text{CPBT}$; $t'_j = \text{TLĐCĐTĐ}$ được bảo đảm với chi phí điều chỉnh $c'_j = \text{CPĐCĐTĐ}$; thời lượng rút ngắn tối đa (TLRNTĐ) $M_j = t_j - t'_j$; chi phí trên một đơn vị thời lượng rút ngắn (CPRN) là K_j . Kết quả thu thập các thông tin trên được tổng hợp trong bảng 4, trong đó K_j được tính theo công thức $K_j = \text{CPRN} = (c'_j - c_j)/M_j$, với $j = 1, 2, \dots, 8$.

3. TIẾP CẬN QUY HOẠCH TUYẾN TÍNH CHO LẬP TIẾN TRÌNH VÀ ĐIỀU CHỈNH DỰ ÁN

Mô hình quy hoạch tuyến tính có thể được áp dụng để giải quyết hai bài toán kinh điển trong quản lý dự án dựa trên PERT và CPM: bài toán lập tiến trình dự án và bài toán điều chỉnh dự án, nhằm tạo ra một khung thuật toán cho phép giải quyết cả hai bài toán một cách đồng bộ, gắn kết với nhau. Cách tiếp cận mới này cũng giúp cho việc giải quyết các bài toán trên đây được hoàn thiện về khía cạnh mô hình hóa cũng như về khía cạnh tính toán, thông qua việc áp dụng thuật toán đơn hình để giải quyết bài toán quy hoạch tuyến tính (BTQH TT). Khung

thuật toán mới có thể được đóng gói một cách dễ dàng để tạo ra các phần mềm chuyên dụng. Mặt khác, với Microsoft Excel Solver, các BTQH TT phát sinh trong khung thuật toán này có thể được giải quyết một cách tương đối dễ dàng.

3.1. Áp dụng quy hoạch tuyến tính trong lập tiến trình dự án

Để áp dụng quy hoạch tuyến tính trong lập tiến trình dự án (thông qua việc giải Bài toán 1 như được phát biểu ở tiểu mục 2.2), một khung thuật toán mới (KTT2) để xác định đường găng sẽ được xem xét. So sánh với khung thuật toán (KTT1) để xác định đường găng ở tiểu mục 2.2, KTT2 gồm 6 bước từ 1 tới 6, trong đó Bước 1 và Bước 2 của KTT2 vẫn giữ nguyên như trong KTT1, Bước 6 của KTT2 giống với Bước 5 của KTT1, còn Bước 3, Bước 4 và Bước 5 của KTT2 như sau:

Bước 3: Tìm thời gian kết thúc, được kí hiệu là x_j cho hoạt động j , với $j = 1, 2, \dots, 8$, và thời gian hoàn thành dự án sớm nhất T bằng cách giải BTQH TT sau:

BTQH TT1: Min (Cực tiểu hóa) $z = x_9$, với các ràng buộc:

$$\begin{aligned} x_1 &\geq 3; & x_6 &\geq x_2 + 3; \\ x_2 &\geq x_1 + 3; & x_6 &\geq x_3 + 3; \\ x_3 &\geq x_1 + 2; & x_7 &\geq x_4 + 6; \\ x_4 &\geq x_2 + 3; & x_7 &\geq x_5 + 6; \\ x_5 &\geq x_3 + 7; & x_8 &\geq x_3 + 2; \end{aligned}$$

$x_6 \leq x_9$; $x_7 \leq x_9$; $x_8 \leq x_9$; $x_j \geq 0$ và nhận giá trị nguyên, với $j = 1, 2, \dots, 8$;

Trong đó x_j = thời gian kết thúc hoạt động j (thỏa mãn điều kiện: $EF_j \leq x_j \leq LF_j$),

với $j = 1, 2, \dots, 8$ và $x_9 = T$.

Có thể thấy rằng các ràng buộc trên đây được thiết lập dựa trên các dữ liệu đầu vào trong bảng 1 và bảng 2. Ngoài ra, $T = x_9 = \text{Max}\{x_6, x_7, x_8\}$. Phương án tối ưu của BTQHHTT1 là: $x_1 = 3, x_2 = 9, x_3 = 5, x_4 = 12, x_5 = 12, x_6 = 12, x_7 = 18, x_8 = 7, x_9 = 18$.

Bước 4: Tìm thời gian kết thúc sớm nhất EF_j cho hoạt động j , với $j = 1, 2, \dots, 8$ bằng cách giải BTQHHTT sau:

BTQHHTT2: Min (Cực tiểu hóa $z = x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 + x_7 + x_8$, với các ràng buộc như trong BTQHHTT1 có bổ sung thêm một ràng buộc $x_9 = 18$).

Có thể chứng minh chặt chẽ về mặt toán học (xem Bổ đề 1 phần Phụ lục) rằng phương án tối ưu của BTQHHTT2 thỏa mãn $x_j = EF_j$, với $j = 1, 2, \dots, 8$. Phương án tối ưu này hoàn toàn trùng với phương án được cho trong cột 3 của Bảng 3. Ngoài ra có thể tính thời gian bắt đầu sớm nhất của hoạt động j bằng công thức $ES_j = EF_j - t_j$, với $j = 1, 2, \dots, 8$. Các giá trị này trùng với các giá trị cho trong cột 2 của bảng 3.

Bước 5: Tìm thời gian kết thúc muộn nhất LF_j cho hoạt động j , với $j = 1, 2, \dots, 8$ bằng cách giải BTQHHTT sau:

BTQHHTT3: Max (Cực đại hóa) $z = x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 + x_7 + x_8$, với các ràng buộc như trong BTQHHTT2.

Có thể chứng minh chặt chẽ về mặt toán học (xem Bổ đề 2 phần Phụ lục) rằng phương án tối ưu của BTQHHTT3 thỏa mãn $x_j = LF_j$, for $j = 1, 2, \dots, 8$. Phương án tối ưu này hoàn toàn trùng với phương án được cho trong cột 5 của Bảng 3. Ngoài ra có thể tính thời gian kết thúc sớm nhất của hoạt động j bằng công thức $LS_j = LF_j - t_j$ với $j = 1, 2, \dots, 8$. Các giá trị này trùng với các giá trị cho trong cột 4 của bảng 3.

3.2. Áp dụng quy hoạch tuyến tính trong điều chỉnh dự án

Để áp dụng quy hoạch tuyến tính trong điều chỉnh dự án (thông qua việc giải Bài toán 2 như được phát biểu ở tiểu mục 2.3), một khung

thuật toán (KTT3) sẽ được xem xét với các bước từ 1 đến 11, trong đó 6 bước đầu giống như trong KTT2. Điều này có nghĩa rằng trước khi điều chỉnh để đẩy nhanh tiến độ dự án cần giải quyết bài toán lập tiến trình dự án với các dữ liệu trong các bảng 1 và bảng 2. Trong trường hợp cần điều chỉnh dự án với tổng chi phí điều chỉnh thấp nhất, Bước 7, Bước 8, Bước 9, Bước 10 và Bước 11 sẽ được tiến hành như sau đây.

Bước 7: Tìm thời lượng rút ngắn cho các hoạt động của dự án để tổng chi phí điều chỉnh dự án là thấp nhất bằng cách giải BTQHHTT sau đây (Nguyễn Hải Thanh, 2005; 2019; Anderson & cs., 2010):

BTQHHTT4: Min (Cực tiểu hóa) $z = 10y_1 + 50y_2 + 60y_5 + 10y_6 + 20y_7$, với các ràng buộc:

$$x_1 \geq 0 + (3 - y_1); \quad x_6 \geq x_2 + (3 - y_6);$$

$$x_2 \geq x_1 + (3 - y_2); \quad x_6 \geq x_3 + (3 - y_6);$$

$$x_3 \geq x_1 + (2 - y_3); \quad x_7 \geq x_4 + (6 - y_7);$$

$$x_4 \geq x_2 + (3 - y_4); \quad x_7 \geq x_5 + (6 - y_7);$$

$$x_5 \geq x_3 + (7 - y_5); \quad x_8 \geq x_3 + (2 - y_8);$$

$x_6 \leq x_9; x_7 \leq x_9; x_8 \leq x_9; x_j \geq 0$ và nhận giá trị nguyên với $j = 1, 2, \dots, 8$;

$x_9 = 16$ (thời gian hoàn thành dự án được rút ngắn từ 18 tuần xuống 16 tuần);

$y_1 \leq 1; y_2 \leq 1; y_3 = 0; y_4 = 0; y_5 \leq 2; y_6 \leq 1; y_7 \leq 2; y_8 = 0$;

$y_j \geq 0$ và nhận giá trị nguyên với $j = 1, 2, \dots, 8$;

Trong đó x_j = thời gian kết thúc hoạt động j ,

y_j = thời lượng rút ngắn của hoạt động j , với $j = 1, 2, \dots, 8$.

BTQHHTT4 trên đây được phát biểu dựa trên các dữ liệu đầu vào cho trong bảng 1, bảng 2 và bảng 4. Các biến quyết định từ $y_1, y_2, \dots, y_8$ có thể được kí hiệu lại, một cách tương ứng, là $x_{10}, x_{11}, \dots, x_{17}$. Như vậy BTQHHTT4 là BTQHHTT với 17 biến quyết định. Phương án tối ưu của BTQHHTT4 là: $x_1 = 2, x_2 = 5, x_3 = 4, x_4 = 11, x_5 = 11, x_6 = 8, x_7 = 16, x_8 = 16, x_9 = 16, y_1 = 1, y_2 = 0, y_3 = 0, y_4 = 0, y_5 = 0, y_6 = 0, y_7 = 1, y_8 = 0$, và $z_{\min} = 30$. Điều đó có nghĩa rằng để điều chỉnh dự án nhằm rút ngắn thời gian hoàn thành dự án từ 18 tuần xuống 16 tuần, cần rút ngắn thời

lượng thực hiện của các hoạt động A và G, mỗi hoạt động 01 tuần với tổng chi phí điều chỉnh dự án thấp nhất là $z_{\min} = 1 \cdot 10 + 1 \cdot 20 = 30$. Thời lượng thực hiện t_j của hoạt động j sau khi điều chỉnh, với $j = 1, 2, \dots, 8$, hoàn toàn giống như các giá trị được cho ở cột 4 ở bảng 1 chỉ với 02 điểm sai khác: $t_1 = 2$ và $t_7 = 5$ (trước đây là 3 và 6), các thời lượng thực hiện của hoạt động khác vẫn giữ nguyên: $t_2 = 3, t_3 = 2, t_4 = 3, t_5 = 7, t_6 = 3, t_8 = 2$. Cần chú ý rằng, nếu trong BTQH TT4 ta thay điều kiện ràng buộc $x_9 = 16$ bằng điều kiện $x_9 = 12$ chẳng hạn, thì BTQH TT4 không có phương án.

Thay vì sử dụng phương pháp tính toán mạng (tức là áp dụng Bước 1, Bước 2, Bước 3 và Bước 4 ở tiểu mục 2.2 với các giá trị t_j mới tìm được ở trên, $j = 1, 2, \dots, 8$, chúng ta thực hiện Bước 8, Bước 9 và Bước 10 như sau đây:

Bước 8: Tìm thời gian kết thúc x_j cho hoạt động $j, j = 1, 2, \dots, 8$, và thời gian hoàn thành dự án sớm nhất T , với điều kiện đã biết về thời lượng rút ngắn cho các hoạt động như tìm được ở Bước 7, bằng cách giải BTQH TT sau đây:

BTQH TT5: Min $z = x_9$, với các ràng buộc như trong BTQH TT4 có bổ sung thêm các ràng buộc $y_1 = 1, y_2 = 0, y_3 = 0, y_4 = 0, y_5 = 0, y_6 = 0, y_7 = 1, y_8 = 0$ và bỏ bớt ràng buộc $x_9 = 16$.

Với các dữ liệu đầu vào của Bài toán 1 (Bảng 1), phương án tối ưu của BTQH TT5 hoàn toàn trùng với phương án tối ưu của BTQH TT4 như tìm được ở trên với $x_9 = T = 16$.

Bước 9: Tìm thời gian kết thúc sớm nhất

EF_j cho hoạt động j , với $j = 1, 2, \dots, 8$, với điều kiện đã biết về thời lượng rút ngắn cho các hoạt động như tìm được ở Bước 7, bằng cách giải BTQH TT sau đây:

BTQH TT6: Min (Cực tiểu hóa) $z = x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 + x_7 + x_8$, với các ràng buộc như trong BTQH TT5 có bổ sung thêm ràng buộc $x_9 = 16$ (như tìm được từ BTQH TT5).

Phương án tối ưu của BTQH TT6 là: $x_1 = EF_1 = 2, x_2 = EF_2 = 5, x_3 = EF_3 = 4, x_4 = EF_4 = 8, x_5 = EF_5 = 11, x_6 = EF_6 = 8, x_7 = EF_7 = 16, x_8 = EF_8 = 6, x_9 = 16, y_1 = 1, y_2 = 0, y_3 = 0, y_4 = 0, y_5 = 0, y_6 = 0, y_7 = 1, y_8 = 0$. Thời gian bắt đầu sớm nhất cho hoạt động j được tính theo công thức $ES_j = EF_j - t_j$, trong đó t_j có giá trị như tìm được ở Bước 7, với $j = 1, 2, \dots, 8$.

Bước 10: Tìm thời gian kết thúc muộn nhất LF_j cho hoạt động j , với $j = 1, 2, \dots, 8$, với điều kiện đã biết về thời lượng rút ngắn cho các hoạt động như tìm được ở Bước 7, bằng cách giải BTQH TT sau đây:

BTQH TT7: Max (Cực đại hóa) $z = x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 + x_7 + x_8$, với các ràng buộc như trong BTQH TT6.

Phương án tối ưu của BTQH TT6 là: $x_1 = LF_1 = 2, x_2 = LF_2 = 8, x_3 = LF_3 = 4, x_4 = LF_4 = 11, x_5 = LF_5 = 11, x_6 = LF_6 = 6, x_7 = LF_7 = 16, x_8 = LF_8 = 16, x_9 = 16, y_1 = 1, y_2 = 0, y_3 = 0, y_4 = 0, y_5 = 0, y_6 = 0, y_7 = 1, y_8 = 0$. Thời gian bắt đầu muộn nhất cho hoạt động j được tính theo công thức $LS_j = LF_j - t_j$, trong đó t_j có giá trị như tìm được ở Bước 7, với $j = 1, 2, \dots, 8$.

Bảng 5. Thời gian bắt đầu và kết thúc sớm nhất và muộn nhất sau điều chỉnh

Các hoạt động	ES	EF	LS	LF	Thời lượng thực hiện	Độ trễ	Hoạt động găng
A	0	2	0	2	2	0	x
B	2	5	5	8	3	3	
C	2	4	2	4	2	0	x
D	5	8	8	11	3	3	
E	4	11	4	11	7	0	x
F	5	8	13	16	3	8	
G	11	16	11	16	5	0	x
H	6	8	14	16	2	8	

Bước 11: Với giá trị đã tìm được của thời gian bắt đầu và kết thúc sớm nhất và muộn nhất sau khi điều chỉnh như tìm thấy ở Bước 9 và Bước 10, tìm độ trễ $s_j = LS_j - ES_j = LF_j - EF_j$, với $j = 1, 2, \dots, 8$. Hoạt động có độ trễ bằng 0 là hoạt động găng. Đường găng gồm các hoạt động găng được sắp xếp theo thứ tự thời gian thực hiện (được phản ánh qua quan hệ liên kế).

Bảng 5 cho biết các hoạt động găng của dự án sau khi điều chỉnh là các hoạt động A, C, E, G. Dựa trên quan hệ liên kế của các hoạt động này (xem Bảng 2), đường găng của dự án sau khi điều chỉnh được xác định là: $A \rightarrow C \rightarrow E \rightarrow G$.

4. KẾT LUẬN

Bài báo đã trình bày một cách hệ thống và ngắn gọn kiến thức nền tảng về PERT và CPM, cũng như phát biểu khung thuật toán KTT1 gồm 05 bước nhằm xác định các hoạt động găng, đường găng và thời gian hoàn thành dự án sớm nhất. Bài báo cũng đề xuất 02 khung thuật toán mới KTT2 và KKT3. Bài toán 1 (lập tiến trình dự án) cũng như Bài toán 2 (điều chỉnh dự án) như được trình bày trong bài báo này chỉ là những ví dụ có tính minh họa nhằm trình bày vấn đề dễ dàng và trực quan hơn thay vì trình bày các bài toán tổng quát. Có thể nhận thấy KTT2 có mục đích giải quyết Bài toán 1 (xem tiểu mục 2.2) và gồm 6 bước đầu tiên của KTT3. Trong khi đó, KTT3 gồm 11 bước được xây dựng nhằm mục đích giải quyết cả hai bài toán: Bài toán 1 và Bài toán 2 (xem tiểu mục 2.3). Như vậy, kết quả chính của nghiên cứu là đã xây dựng được khung thuật toán KKT3, một công cụ mạnh trong lập tiến trình dự án và điều chỉnh để đẩy nhanh tiến độ dự án với tổng chi phí điều chỉnh thấp nhất dựa trên việc áp dụng mô hình quy hoạch tuyến tính tại Bước 3, Bước 4, Bước 5, Bước 7, Bước 8, Bước 9 và Bước 10. Trong đó, ngoại trừ việc áp dụng mô hình quy hoạch tuyến tính ở Bước 7 đã được đề cập tới từ trước, việc áp dụng mô hình quy hoạch tuyến tính ở các bước khác chưa được đề cập tới trong các sách dùng làm giáo trình hay tài liệu tham khảo cho các chương trình đào tạo đại học và sau đại học, và theo những thông tin chúng tôi nắm được, hầu

như chưa được đề cập tới trong các tài liệu chuyên ngành về PERT và CPM.

Khung thuật toán KTT3 dựa trên mô hình quy hoạch tuyến tính sẽ là một nền tảng quan trọng để tiếp tục hoàn thiện và phát triển PERT và CPM nhằm xử lý các dữ liệu đầu vào có tính mờ và ngẫu nhiên. Một trong các phương hướng cho các nghiên cứu lý thuyết và ứng dụng tiếp theo là cải tiến KTT3 nhằm mục đích phân tích và quản trị các dự án với thời lượng thực hiện các hoạt động dự án là các dữ liệu có tính mờ.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

- Anderson D.R., Sweeney D.J., Williams T.A., Camm J.D., Cochran J.J., Fry M.J. & Ohlmann J.W. (2010). Quantitative methods for business (12th edit.). South-Western, Cengage Learning.
- Duft K.D. (1970). PERT Time/Cost: An Aid to Agribusiness Management. E-book, Coop. Ext. Serv., Coll. Agric., Wash. St. University.
- Duft K.D. (1979). Principles of management in agribusiness. Reston Pub. Co.
- Elmarbrouk O.M. (2011). A Linear Programming Technique for the Optimization of the Activities in Maintenance Projects. International Journal of Engineering & Technology IJET-IJENS. 11(1): 24 -29.
- Fahimifard S.M. & Kehkha A.A. (2009). Application of Project Scheduling in Agriculture (Case Study: Grape Garden Stabilization). American-Eurasian J. Agric. & Environ. Sci. 5(3): 313-321.
- Gouda A., Monhor D. & Szántai T. (2006). Stochastic Programming Based PERT Modeling. In: Coping with Uncertainty. Lecture Notes in Economics and Mathematical Systems. 581: 241-255. Springer, Berlin, Heidelberg. DOI: 10.1007/3-540-35262-7_14.
- Hsiao H.J. & Lin C.W.R. (2009). A fuzzy pert approach to evaluate plant construction project scheduling risk under uncertain resources capacity. Journal of industrial engineering and management. 2(1): 31-47.
- Karmaker C.L. & Halder P. (2017). Scheduling Project Crashing Time Using Linear Programming Approach: Case Study. International Journal of Research in Industrial Engineering. 6(4): 283-292.
- Nguyễn Hải Thanh (2005). Toán ứng dụng (Giáo trình sau đại học). Nhà xuất bản Đại học Sư phạm, Hà Nội.
- Nguyễn Hải Thanh (2019). Các phương pháp định lượng trong quản lý và kinh doanh (Bài giảng sau đại học). Khoa Quốc tế, Đại học Quốc gia Hà Nội.

- Nguyễn Thanh Phong & Lê Thanh Vân (2015), Phương pháp định lượng trong quản lý kinh doanh và dự án xây dựng. Nhà xuất bản Xây dựng, Hà Nội.
- Ramadan M.R. (2014). Fuzzy PERT for project management. International Journal of Advances in Engineering & Technology. 7(4): 1150-1160.
- Taha A.H. (2007). Operations research: an introduction (8th edit.). Pearson Education, Inc. and Dorling Kindersley Publishing Inc.
- Tổng Công ty Điện lực Miền Trung (2015). PC3-INVEST: Ứng dụng phương pháp PERT để lập và quản lý tiến độ xây dựng Nhà máy thủy điện Đa Krông 1. Truy cập từ <https://cpc.vn/vi-vn/Tin-tuc-su-kien/Tin-tuc-chi-tiet/articleId/15012>, ngày 27/5/2021.
- Wallace A. (2015). Project planning and scheduling using PERT and CPM techniques with linear programming: case study. International Journal of Scientific & Technology Research. 4(8): 222-227.
- Yerkezhan S. (2016). Using fuzzy logic to obtain PERT three-time estimates in oil and gas projects. Advanced Engineering Technology and Application. 5(2): 29-34.

PHỤ LỤC

Bổ đề 1: Phương án tối ưu của BTQHHT2 cho biết các thời gian kết thúc sớm nhất $x_j = EF_j$ của các hoạt động $j = 1, 2, \dots, 8$.

Chứng minh:

Trước hết dễ thấy mọi phương án của BTQHHT2 là phương án tối ưu của BTQHHT1.

Kí hiệu vector $\mathbf{y}^E = (EF_1, EF_2, \dots, EF_8, T)$ với $T = 18$ và EF_j là thời gian kết thúc sớm nhất hoạt động j của dự án, $j = 1, 2, \dots, 8$. Dễ thấy, $\mathbf{y}^E$ là phương án của BTQHHT2. Ta đi chứng minh $\mathbf{y}^E$ cũng là phương án tối ưu của BTQHHT2. Bởi nếu trái lại, gọi $\mathbf{x}^E = (x_0, x_1, x_2, \dots, x_8, x_9)$ là phương án tối ưu của BTQHHT2 thì $x_1 + x_2 + \dots + x_8 < EF_1 + EF_2 + \dots + EF_8$. Lúc đó tồn tại ít nhất một chỉ số j sao cho $x_j < EF_j$, đây là điều vô lí, vì như đã biết ở trên: các phương án tối ưu của BQQHHT1 đều thỏa mãn $EF_j \leq x_j \leq LF_j$, với $j = 1, 2, \dots, 8$.

Hơn nữa, $\mathbf{y}^E$ là phương án tối ưu duy nhất của BTQHHT2. Giả sử $\mathbf{x}^E = (x_1, x_2, \dots, x_8, x_9)$ là phương án tối ưu của BTQHHT2, ta sẽ chỉ ra rằng $(x_1, x_2, \dots, x_8, x_9) \equiv (EF_1, EF_2, \dots, EF_8, T)$, tức là $x_j = EF_j$ với $j = 1, 2, \dots, 8$ và $x_9 = T = 18$. Thật vậy, nếu trái lại, tồn tại một chỉ số $j \in \{1, 2, \dots, 8\}$ sao cho $x_j \neq EF_j$. Nếu $x_j < EF_j$ thì đây là điều vô lí. Còn nếu $x_j > EF_j$ thì tồn tại một chỉ số $i \in \{1, 2, \dots, 8\}$ sao cho $x_i < EF_i$ do $EF_1 + EF_2 + \dots + EF_8 = x_1 + x_2 + \dots + x_8$, và đây cũng là điều vô lí. ■

Bổ đề 2: Phương án tối ưu của BTQHHT3 cho biết các thời gian kết thúc muộn nhất $x_j = LF_j$ của các hoạt động $j = 1, 2, \dots, 8$.

Chứng minh:

Trước hết dễ thấy mọi phương án của BTQHHT3 là phương án tối ưu của BTQHHT1.

Kí hiệu vector $\mathbf{y}^E = (LF_1, LF_2, \dots, LF_8, T)$ với $T = 18$ và LF_j là thời gian kết thúc muộn nhất hoạt động j của dự án, $j = 1, 2, \dots, 8$. Dễ thấy, $\mathbf{y}^E$ là phương án của BTQHHT3. Ta đi chứng minh $\mathbf{y}^E$ cũng là phương án tối ưu của BTQHHT3. Bởi nếu trái lại, gọi $\mathbf{x}^E = (x_0, x_1, x_2, \dots, x_8, x_9)$ là phương án tối ưu của BTQHHT3 thì $x_1 + x_2 + \dots + x_8 > LF_1 + LF_2 + \dots + LF_8$. Lúc đó tồn tại ít nhất một chỉ số j sao cho $x_j > LF_j$, đây là điều vô lí, vì như đã biết ở trên: các phương án tối ưu của BQQHHT1 đều thỏa mãn $EF_j \leq x_j \leq LF_j$, với $j = 1, 2, \dots, 8$.

Hơn nữa, $\mathbf{y}^E$ là phương án tối ưu duy nhất của BTQHHT3. Giả sử $\mathbf{x}^E = (x_1, x_2, \dots, x_8, x_9)$ là phương án tối ưu của BTQHHT3, ta sẽ chỉ ra rằng $(x_1, x_2, \dots, x_8, x_9) \equiv (LF_1, LF_2, \dots, LF_8, T)$, tức là $x_j = LF_j$ với $j = 1, 2, \dots, 8$ và $x_9 = T = 18$. Thật vậy, nếu trái lại, tồn tại một chỉ số $j \in \{1, 2, \dots, 8\}$ sao cho $x_j \neq LF_j$. Nếu $x_j > LF_j$ thì đây là điều vô lí. Còn nếu $x_j < LF_j$ thì tồn tại một chỉ số $i \in \{1, 2, \dots, 8\}$ sao cho $x_i > LF_i$ do $LF_1 + LF_2 + \dots + LF_8 = x_1 + x_2 + \dots + x_8$, và đây cũng là điều vô lí.